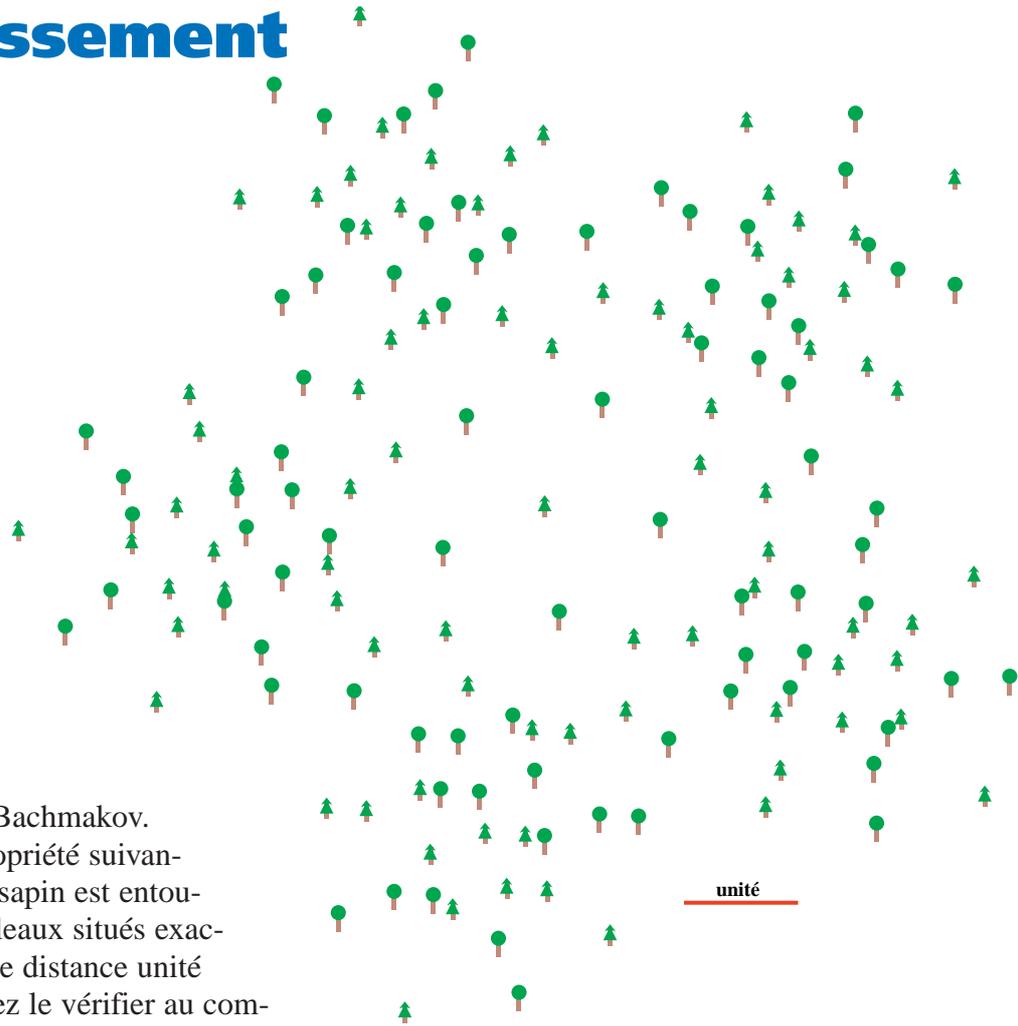


Avertissement



- Ce dessin représente la forêt du professeur Bachmakov. Elle a la propriété suivante : chaque sapin est entouré de 5 bouleaux situés exactement à une distance unité (vous pouvez le vérifier au compas). Et pourtant dans cette forêt, il y a plus de sapins que de bouleaux ! Comment cela est-il possible et comment le professeur a-t-il planté ses arbres ?
- Depuis que le monde est monde, sauriez-vous démontrer que le nombre de gens qui ont échangé un nombre impair de baisers est pair ?
- Combien vaut le nombre $\sqrt{11\dots155\dots56}$, où le chiffre “1” est écrit 999 fois et le chiffre “5” une fois de moins ?
- Savez-vous montrer que $\left(\frac{n}{3}\right)^n < n! < \left(\frac{n+1}{2}\right)^n$?
Et que $43^{43} - 17^{17}$ est divisible par 10 ?
- Pouvez-vous trouver, pour a positif, la seule racine positive de l'équation $x^3 + ax - a^3 - 29 = 0$?
- Sauriez-vous placer dans l'espace cinq boules deux à deux disjointes telles que tout rayon issu du centre de l'une d'entre elles rencontre au moins l'une des autres ?
- Savez-vous comment Didon, fondatrice de Carthage, a optimisé l'étendue de son royaume (délimité par une lanière de cuir découpée dans une seule peau de bœuf) et comment Steiner a démontré le fameux résultat qu'elle a utilisé : “Parmi toutes les figures ayant le même périmètre, c'est le cercle qui a la plus grande aire” ?

De deux choses l'une : ou bien les problèmes ci-contre vous donnent envie de réfléchir ou bien ils vous passionnent ! Dans les deux cas vous avez compris que ce ne sont pas tous des problèmes faciles. Mais ce sont des problèmes dont la solution est souvent belle et intéressante.

Il y en a quelques centaines dans ce livre, classés par séries de difficulté plutôt croissante. En tout cas, la dernière série, dite "Olympiades", est certainement délicate. Ces problèmes sont tous corrigés et leur résolution expliquée.

Toutefois la virtuosité n'est rien sans la culture. Vous trouverez donc aussi dans ce livre des introductions aux thèmes des problèmes, quelques commentaires heuristiques, les contextes historiques, des méthodes générales, des astuces particulières et des conseils judicieux pour progresser dans la résolution de problèmes.

Marc Bachmakov est, et a été, de toutes les initiatives visant à promouvoir, chez les jeunes, l'apprentissage de la résolution de problèmes.

Lorsque les Olympiades russes naissent à St-Petersbourg, il ne tarde pas à y voir aussi le jour. Quelques décennies plus tard, professeur apprécié, spécialiste de géométrie algébrique, il fait partie de l'équipe nationale d'entraînement. Un des fondateurs du fameux journal *Quant*, il se lance naturellement dans la promotion du "Concours des villes" puis dans celle du jeu-concours Kangourou, récemment échappé de France.

C'est dans le contexte des rencontres internationales de lauréats de ce concours que nous avons rencontré Marc Bachmakov et son amitié. Déjà auteur de nombreux livres de mathématiques, il a bien voulu faire profiter les élèves français de son immense expérience en écrivant cet ouvrage directement dans notre langue, qu'il pratique avec autant d'amour et d'aisance que les mathématiques, l'art lyrique et l'alpinisme. Car il est certainement le seul académicien russe à être détenteur du "Léopard des neiges", décerné aux alpinistes ayant vaincu tous les "plus de 7000 mètres" de l'ex-URSS.

Défi de la montagne, défi de l'art ou défi de l'intelligence, c'est la même passion qui fait vivre les hommes. Nous sommes heureux d'en offrir des exemples aux jeunes qui voudraient relever ceux de ces défis qui réfèrent aux mathématiques. Nous le faisons sous le sigle du "Club Olympique Kangourou" dans la continuité de cette formidable et enthousiasmante aventure qui, avec ses 600 000 participants annuels, donne à la pyramide de l'éducation mathématique en France une large base populaire.

Car si une pyramide n'existe pas sans sa base, elle n'a pas de sens non plus sans son sommet. C'est pourquoi nous avons voulu éditer ce livre pour ceux qui aiment les mathématiques et qui vont en faire, pendant toute leur vie, une matière à plaisir et à réflexion.

Nous espérons que les lecteurs y trouveront cette joie de chercher et de trouver qui faisait dire à Rosza Péter : *"aucun domaine, autre que les mathématiques, ne peut offrir à un tel degré le plaisir de la découverte, qui est, de tous les plaisirs humains, le plus grand"*.

Les éditeurs